第６章　空間図形

第１９講・空間図形①　平行と垂直・体積と表面積

要点整理

１　直線と平面の位置関係

①　**直線と直線**　同じ平面上にある→1点で交わる，平行
　同じ平面上にない→ねじれの位置

②　**直線と平面**　交わる，平行，ふくまれる

③　**平面と平面**　交わる，平行

２　立体の表面積と体積

表面積…角柱・円柱⇒底面積×２＋側面積，
　角錐・円錐⇒底面積＋側面積

体積…角柱・円柱⇒底面積×高さ，
　角錐・円錐⇒$\frac{1}{3}$×底面積×高さ

３　球の表面積と体積

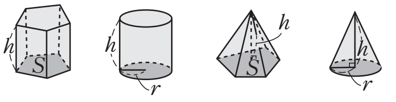
(1)　半径rの球の表面積をSとすると，$S=4\pi r^2$

(2)　半径rの球の体積をVとすると，$V=\frac{4}{3}\pi r^3$

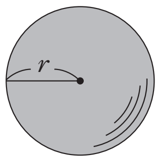
●立体の計量

体積V，底面積S，高さh，半径r

①角柱 $V=Sh$　②円柱 $V=\pi r^2 h$　③角錐 $V=\frac{1}{3}Sh$　④円錐 $V=\frac{1}{3}\pi r^2 h$



●球の表面積と体積



表面積$S=4\pi r^2$

体積$V=\frac{4}{3}\pi r^3$

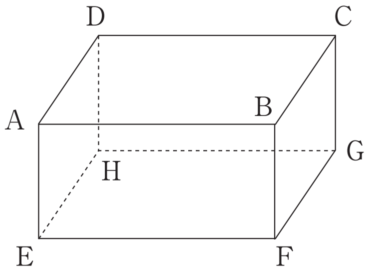
例題１

右の図の直方体について，次の問いに答えなさい。

(1)　辺ABと平行な辺をすべて答えよ。

(2)　対角線ACとねじれの位置にある辺をすべて答えよ。

(3)　辺ADに平行な面をすべて答えよ。



©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

例題 2

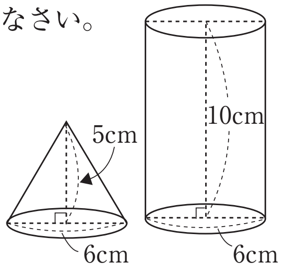
次の各組の２直線が，つねに平行であるものはどれか，記号ですべて答えなさい。

(ア)　１つの直線に平行な２直線　　(イ)　１つの直線に垂直な２直線

(ウ)　１つの平面に平行な２直線　　(エ)　１つの平面に垂直な２直線

例題 3

右の図のような円錐と円柱がある。このとき，次の問いに答えなさい。



(1)　円柱の側面の長方形の横の長さを求めよ。

(2)　円柱の表面積を求めよ。

(3)　円錐の体積を求めよ。

(4)　円柱の体積は，円錐の体積の何倍か求めよ。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

問題

19－1

次の問いに答えなさい。

(1) 底面の半径が 3cm，高さが 5cm の円柱の表面積と体積を求めよ。

(2) 底面の半径が 3cm, 高さが 4cm, 母線の長さが 5cm の円錐の表面積と体積を求めよ。

(3) 直径 4cm の球の表面積と体積を求めよ。

19－2

右の図1のように，底面の半径 9cm，深さが 20cm の円柱形の容器に水が入っている。この中に半径 6cm の鉄球を1個入れたところ，図2のように水面の高さが鉄球の直径と等しくなった。このとき，次の問いに答えなさい。

図1

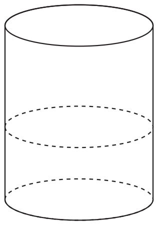
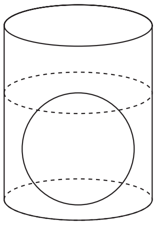


図2



(1) 入っている水の体積を求めよ。

(2) 図1の水の深さを求めよ。

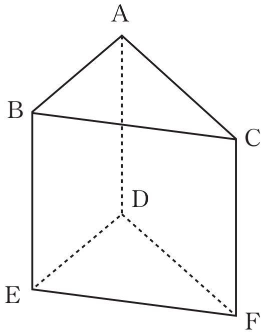
©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ *Note* ＞

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第19講・確認テスト

[1]　右の図の三角柱について，次の問いに答えなさい。ただし，△ABC，△DEF は直角三角形ではないものとする。



(1)　辺 AC と垂直に交わる辺は **ア** 本です。

(2)　辺 BE とねじれの位置にある辺は **イ** 本です。

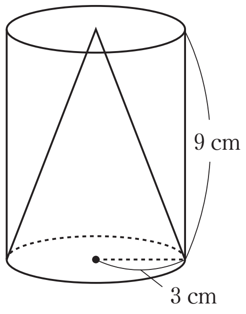
[2]　次の問いに答えなさい。

(1)　底面の半径が 8 cm，高さが 4 cm の円柱の体積は **ウエオ** π cm^3，表面積は **カキク** π cm^2 です。

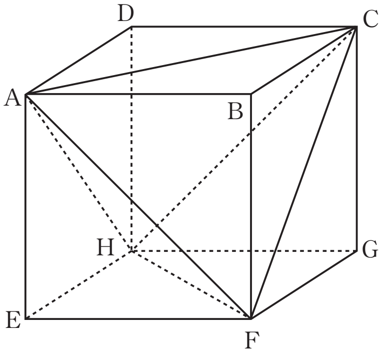
(2)　底面の半径が 5 cm，高さが 12 cm，母線の長さが 13 cm の円錐の体積は **ケコサ** π cm^3，表面積は **シス** π cm^2 です。

(3)　半径 6 cm の球の体積は **セソタ** π cm^3，表面積は **チツテ** π cm^2 です。

[3]　右の図のように，円柱の容器に円錐のおもりが入っている。円柱も円錐も底面の半径は 3 cm，高さは 9 cm である。右の図の状態から，円柱の容器に水面の高さが 9 cm になるまで水を入れたあとおもりを容器から出した。このとき，水面の高さは **ト** cm です。ただし，水はこぼれないものとする。



[4]　右の図のような 1 辺の長さが 6 cm の立方体がある。立方体の頂点 A，C，F，H を結んでできる立体の体積は **ナニ** cm^3 です。



©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< *Note* >

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第６章　空間図形

第１９講・空間図形①　平行と垂直・体積と表面積

例題 1

(1)　辺 DC，辺 EF，辺 HG　　(2)　辺BF，辺DH，辺EF，辺FG，辺GH，辺HE

(3)　面 BFGC，面 EFGH

解説

(1)　辺 AB と同一平面上にあって，しかも交わらない辺をさがす。

交わらない｛平行……同一平面上にある。／ねじれの位置……同一平面上にない。｝

(2)　対角線 AC と交わらず，しかも同一平面上にない辺をさがす。

例題 2

(ア)，(エ)

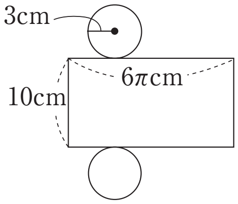
解説

(イ)，(ウ)には，交わるときや，ねじれの位置にあるときがある。

例題 3

(1)　6π cm　　(2)　78π cm^2　　(3)　15π cm^3　　(4)　6 倍

解説



(1)　底面の円周に等しいので，$2\pi\times3=6\pi$ (cm)

(2)　(表面積)＝(底面積)×2＋(側面積)より，

$\pi\times3^2\times2+6\pi\times10=78\pi$ (cm^2)

(3)　$\frac{1}{3}\times\pi\times3^2\times5=15\pi$ (cm^3)

(4)　円柱の体積は，$\pi\times3^2\times10=90\pi$ (cm^3)

よって，$90\pi\div15\pi=6$(倍)

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

19－1

(1)　**表面積…48π cm^2，体積…45π cm^3**　(2)　**表面積…24π cm^2，体積…12π cm^3**

(3)　**表面積…16π cm^2　体積…$\frac{32}{3}\pi$ cm^3**

解説

(1)　表面積…$\pi\times3^2\times2+5\times2\pi\times3=48\pi$ (cm^2)，体積…$\pi\times3^2\times5=45\pi$ (cm^3)

(2)　側面のおうぎ形の中心角を x° とおくと，$2\pi\times5\times\frac{x}{360}=2\pi\times3$，$x=216$

おうぎ形の弧の長さは底面の円周の長さに等しい。

表面積…$\pi\times3^2+\pi\times5^2\times\frac{216}{360}=24\pi$ (cm^2)，体積…$\frac{1}{3}\times\pi\times3^2\times4=12\pi$ (cm^3)

底面積　側面積　底面積　高さ

(3)　直径 4cm だから半径は 2cm。

表面積…　$4\pi\times2^2=16\pi$ (cm^2)　体積…$\frac{4}{3}\pi\times2^3=\frac{32}{3}\pi$ (cm^3)

19－2

(1)　**684π cm^3**　(2)　**$\frac{76}{9}$cm**

解説

(1)　図 2 の(球＋水)の体積から球の体積をひく。

$\pi\times9^2\times12-\frac{4}{3}\pi\times6^3=972\pi-288\pi=684\pi$ (cm^3)

(2)　水の体積÷底面積で深さを求める。

$684\pi\div(\pi\times9^2)=\frac{76}{9}$ (cm)

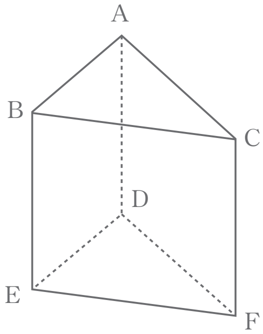
©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第19講・確認テスト

［1］　右の図の三角柱について，次の問いに答えなさい。ただし，△ABC，△DEF は直角三角形ではないものとする。

⑴　辺 AC と垂直に交わる辺は［ア］本です。

⑵　辺 BE とねじれの位置にある辺は［イ］本です。



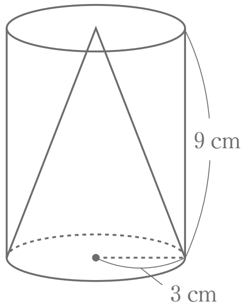
［2］　次の問いに答えなさい。

⑴　底面の半径が 8 cm，高さが 4 cm の円柱の体積は［ウエオ］π cm^3，表面積は［カキク］π cm^2 です。

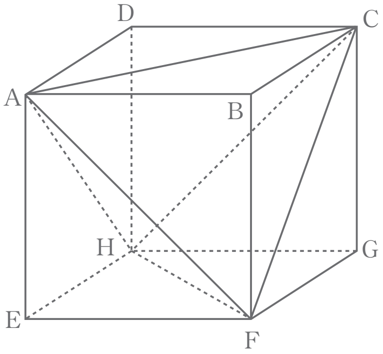
⑵　底面の半径が 5 cm，高さが 12 cm，母線の長さが 13 cm の円錐の体積は［ケコサ］π cm^3，表面積は［シス］π cm^2 です。

⑶　半径 6 cm の球の体積は［セソタ］π cm^3，表面積は［チツテ］π cm^2 です。

［3］　右の図のように，円柱の容器に円錐のおもりが入っている。円柱も円錐も底面の半径は 3 cm，高さは 9 cm である。右の図の状態から，円柱の容器に水面の高さが 9 cm になるまで水を入れたあとおもりを容器から出した。このとき，水面の高さは［ト］cm です。ただし，水はこぼれないものとする。



［4］　右の図のような 1 辺の長さが 6 cm の立方体がある。立方体の頂点 A，C，F，H を結んでできる立体の体積は［ナニ］cm^3 です。



©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

解答

[1]　ア　2　　イ　2

[2]　ウ　2　　エ　5　　オ　6　　カ　1　　キ　9　　ク　2　　ケ　1　　コ　0
サ　0　　シ　9　　ス　0　　セ　2　　ソ　8　　タ　8　　チ　1　　ツ　4
テ　4

[3]　ト　6

[4]　ナ　7　　ニ　2

解説

[1]　(1)　辺AD，辺CFの2本。
(2)　辺AC，辺DFの2本。

[2]　(1)　側面を展開すると，縦4 cm，横$2\pi\times8=16\pi$(cm)の長方形になるから，表面積は，$\pi\times8^2\times2+4\times16\pi=192\pi$ (cm^2)

(2)　側面を展開すると，半径13 cm，中心角が，360°の$\dfrac{2\pi\times5}{2\pi\times13}=\dfrac{5}{13}$倍のおうぎ形だから，側面積は，$\pi\times13^2\times\dfrac{5}{13}=65\pi$ (cm^2)

よって，表面積は，$\pi\times5^2+65\pi=90\pi$ (cm^2)

[3]　円柱の容積は，$\pi\times3^2\times9=81\pi$ (cm^3)，円錐の体積は，$\dfrac{1}{3}\times\pi\times3^2\times9=27\pi$ (cm^3)
だから，入れた水の体積は，$81\pi-27\pi=54\pi$ (cm^3)
求める水面の高さをx cmとすると，$\pi\times3^2\times x=54\pi$
これを解くと，$x=6$

[4]　立方体の頂点A，C，F，Hを結んでできる立体は，立方体から，三角錐B−ACF，G−CFH，D−ACH，E−AFHを取り除いたものである。4つの三角錐はすべて合同で，体積は，$\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{2}\times6\times6\times6=36$(cm^3)だから，求める体積は，

$6\times6\times6-36\times4=72$(cm^3)

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。